Universidad De Atacama

Facultad De Ingeniería / Departamento De Matemática

ALGEBRA I

GUÍA 1: SUMATORIA

Primer año Plan Común de Ingeniería **Primer Semestre 2009**

---

1. Encuentre el valor de las siguientes expresiones:

   a) $\sum_{i=1}^{5} i$ *b*) $\sum_{i=1}^{8} 2i$ *c*) $\sum_{i=12}^{20} i$ *d*) $\sum_{i=15}^{32} \frac{1}{3}i$

   e) $\sum_{i=1}^{14} 4$ *f*) $\sum_{i=1}^{10} (i^3 - 50i)$ *g*) $\sum_{i=8}^{35} \frac{1}{2}$ *h*) $\sum_{i=23}^{42} (2i - 4)$

   i) $\sum_{n=1}^{3} 2n^n$ *j*) $\sum_{h=1}^{6} (-1)^h h$ *k*) $\sum_{h=1}^{5} \frac{(-1)^h h - 2}{h}$

2. Usando el símbolo de sumatoria escriba las siguientes sumas:

   a) $x_1 + x_2 + \cdots + x_{49}$.

   b) $a_{35} + a_{36} + \cdots + a_{122}$.

   c) $7^2 + 8^2 + \cdots + 234^2$.

   d) $2 + 4 + 6 + 8 + \cdots + 40$.

   e) $1 + 3 + 5 + 7 + \cdots + 55$.

   f) $-y_1 + y_2 - y_3 + y_4 - y_5 + y_6 - y_7$.

3. Sea $a_i = i^2 - 31i$. Encuentre el valor de:

   a) $\sum_{i=1}^{10} a_i$.

   b) $\sum_{i=30}^{50} a_i$.

   c) $\sum_{i=-2}^{3} a_i$.

   d) $\sum_{i=30}^{50} (\frac{1}{5}a_i - 70)$.

4. Encuentre el término genérico de la sucesión de números reales siguientes: $1,\ 3,\ 5,\ 7,\ \ldots$ y encuentre la suma de los términos, de dicha sucesión, comprendidos entre 12 y 58.

5. Usando descomposición de fracciones parciales y propiedad telescópica. Encuentre, el valor de las siguientes sumatorias:

$$\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{(k+1)(k+2)}$$

$$\sum_{k=21}^{36} \frac{1}{(k+1)(k+2)}$$

6. Sabiendo que $\sum\limits_{i=1}^{n} x_i = 2n^2 + 3n$, encuentre el valor de:

   a) $\sum\limits_{i=1}^{6} \frac{x_i - 5}{3}$.

   b) x_3.

7. Determine el valor de: $\sum\limits_{h=5}^{15} h(h-3)$.

8. Usando propiedades de sumatorias pruebe que:

   a) $\sum\limits_{j=1}^{n} (2nj + j - 3j^2) = 0$.

   b) $\sum\limits_{j=1}^{n} j(2n - 2j + 1) = \sum\limits_{j=1}^{n} j^2$.

9. Encuentre, en función de n y c, el valor de: $\sum\limits_{j=n}^{2n+1} c$.

10. Encuentre el valor de las siguientes sumatorias:

    a) $\sum\limits_{k=1}^{n} (k! - (k-1)!)$.

    b) $\sum\limits_{k=1}^{5} (k! - (k-1)!)$.

11. Calcular el valor de la constante c, si se sabe que: $\sum\limits_{i=1}^{10} (i^2 - 3i + 10c) = 250$.

12. Sea $a_k = a_{k-1} + k$ con $a_0 = 0$ y $k = 1,\ 2,\ 3,\ \ldots,\ n$.

    a) Encuentre una expresión para el término genérico a_j.

    b) Pruebe que: $\sum\limits_{j=1}^{n} a_j = \frac{n(n+1)(n+2)}{6}$.

c) Pruebe que: $2\sum\limits_{j=1}^{n} a_j - \sum\limits_{j=1}^{n} j = \sum\limits_{j=1}^{n} j^2$.

13. Encuentre el valor de: $\sum\limits_{k=1}^{100} \left(\frac{k}{k+1} - \frac{k-1}{k}\right)$.

14. Encuentre el valor de: $\sum\limits_{k=1}^{99} [(k+1)\ln(k+1) - k\ln(k)]$.

15. Usando descomposición en fracciones parciales, propiedad telescópica (o ambas), encuentre en función de n el valor de:

a) $\sum\limits_{k=1}^{n} \log\left(\frac{k+1}{k}\right)$ *b*) $\sum\limits_{k=1}^{n} \frac{k+1}{(k+2)!}$ *c*) $\sum\limits_{k=1}^{n} (k^2+1)k!$ *d*) $\sum\limits_{k=1}^{n} \frac{k^2+k-1}{(k+2)!}$

e) $\sum\limits_{k=1}^{n} \frac{1}{k(k+1)(k+2)}$ *f*) $\sum\limits_{k=1}^{n} \frac{1}{(k+1)(k+2)(k+3)}$ *g*) $\sum\limits_{k=1}^{n} \frac{1}{k(k+1)(k+2)(k+3)}$ *h*) $\sum\limits_{k=1}^{n} kk!$

i) $\sum\limits_{k=1}^{n} \frac{2k+1}{k^2(k+1)^2}$ *j*) $\sum\limits_{k=1}^{n} 5^{k-1}$ *k*) $\sum\limits_{k=1}^{n} k7^{k-1}$ *l*) $\sum\limits_{k=1}^{n} \left(-\frac{1}{3}\right)^{k-1}$

m) $\sum\limits_{k=1}^{n} 4^{k-1}$ *n*) $\sum\limits_{k=1}^{n} k4^{k-1}$ *o*) $\sum\limits_{k=1}^{n} k\left(-\frac{1}{3}\right)^{k-1}$ *p*) $\sum\limits_{k=1}^{n} \frac{k+2}{k(k+1)2^k}$

q) $\sum\limits_{k=1}^{n} \frac{k2^{k-1}}{(k+1)(k+2)}$ *r*) $\sum\limits_{k=1}^{n} \frac{7k+31}{(k+1)(k+4)2^{k+3}}$ *s*) $\sum\limits_{k=1}^{n} \frac{2k-1}{k(k+1)(k+2)}$ *t*) $\sum\limits_{k=1}^{n} \frac{(114k+227)7^k}{(k+2)(k+5)}$

u) $\sum\limits_{k=1}^{n} \frac{(114k+571)}{(k+2)(k+5)7^k}$ *v*) $\sum\limits_{k=1}^{n} \frac{\sqrt{k+1}-\sqrt{k}}{\sqrt{k^2+k}}$ *w*) $\sum\limits_{k=1}^{n} \log(1+\frac{1}{k^2+2k})$ *x*) $\sum\limits_{k=1}^{n} \frac{k^4+k^2+1}{k^4+k}$

y) $\sum\limits_{k=1}^{n} \frac{5^k(4k+1)}{(2k+1)(2k+3)}$

16. Resuelva la ecuación:

$$x^2\sum_{i=1}^{5}(i^2-2i+11) - \frac{1}{10}\sum_{i=1}^{4}(i+i^2) = 2x\sum_{i=1}^{3}(i^2-2i)$$

17. Si se sabe que $\sum\limits_{i=1}^{5} x_i^2 = 30$ y $\sum\limits_{i=1}^{5} x_i = 18$. Determine el valor de:

$$\sum_{i=1}^{5}(x_i-2)^2$$

18. Encuentre el valor de las siguientes expresiones:

a) $\sum\limits_{j=3}^{7}\sum\limits_{r=1}^{5} 3(2r+j)$ *b)* $\sum\limits_{j=2}^{7}\sum\limits_{i=1}^{5}(i+j)$ *c)* $\sum\limits_{i=0}^{5}\sum\limits_{j=2}^{3}[(-2)^i j + j^3]$

d) $\sum\limits_{i=1}^{3}\sum\limits_{j=3}^{7}(i+1)(j-1)$ *e)* $\sum\limits_{i=1}^{5}\sum\limits_{j=2}^{6}(i-2)(j+2)$ *f)* $\sum\limits_{i=0}^{5}\sum\limits_{j=2}^{3}\left[(2i-3j)\left(\frac{i+2}{j}\right)\right]$

19. Si se sabe que:

$$\sum_{i=1}^{6} x_i = 18 \quad y \quad \sum_{j=1}^{5} y_j = 22$$

Calcular el valor de la constante "c", de la ecuación

$$\sum_{i=1}^{6}\sum_{j=1}^{5}(2x_i - 3y_j + \frac{1}{10}c) = 600$$

Desafíos

1. Si $\sum\limits_{i=1}^{6}(a_i-3)^2 = \sum\limits_{i=1}^{6}(a_i+2)^2$ y $\sum\limits_{i=1}^{6} a_i^2 = 10\sum\limits_{i=1}^{6} a_i$. Determine el valor de:

$$\sum_{i=1}^{6} a_i(a_i-3)$$

2. Sean $x_1,\ x_2,\ \ldots,\ x_n$ números reales. Si definimos $\overline{X} = \frac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{n} x_i$ y $\overline{X^2} = \frac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{n} x_i^2$, entonces pruebe que:

   a) $\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i - \overline{X}) = 0$.

   b) $\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i - \overline{X})^2 = n(\overline{X^2} - \overline{X}^2)$.

3. Encuentre el valor de:

$$\sum_{h=3}^{5}\left[\sum_{i=2}^{h}\left(\frac{h-i}{h}(-1)^i\right)\right]$$

4. Encuentre, en función de "a" y "b", el valor de: $\sum\limits_{r=1}^{5}\sum\limits_{m=1}^{5}(ar+bm)$.

5. Encuentre el valor de "p" que cumple con: $\sum\limits_{j=1}^{p}\left(\frac{2j-p}{2}\right) = 8$.

6. Encuentre el valor de "n" que cumple con: $\sum\limits_{j=1}^{n}\left(j^2 - \frac{(2n-1)j}{3}\right) = 4$.