

UNIVERSIDAD DE ATACAMA
FACULTAD DE INGENIERÍA / DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

ESTADÍSTICA Y PROBABILIDADES

PAUTA DE CORRECCIÓN: PRUEBA PARCIAL N°1

Profesor: Hugo S. Salinas.

Primer Semestre 2011

Puntaje Total: 100 puntos. 4 puntos base.

1. Los datos siguientes representan una muestra de 80 determinaciones de la emisión diaria de óxidos de azufre de una planta industrial (en toneladas), ordenados de menor a mayor:

6.2 7.7 8.3 9.4 10.5 ... 29.6 31.8 35.0 39.8

A continuación se resumen algunos estadísticos calculados sobre esta muestra:

Máximo = 39.8

Mínimo = 6.2

Cuartil 1 = 14.95

Cuartil 2 = 19.05

Cuartil 3 = 22.95

- a) Determinar el tipo de variable en estudio.

Solución:

Las emisiones diarias de óxido de azufre (en toneladas) es una **variable cuantitativa continua**.

(6 pts.)

- b) Calcular las medidas de dispersión para estos datos.

Solución:

De acuerdo a lo anterior:

$$\text{Rango} = \text{Máximo} - \text{Mínimo} = 39.8 - 6.2 = 33.6$$

$$RI = \text{Rango Intercuartil} = \text{Cuartil 3} - \text{Cuartil 1} = 22.95 - 14.95 = 8$$

(6 pts.)

- c) Determinar si existen datos anómalos (outliers) en la muestra.

Solución:

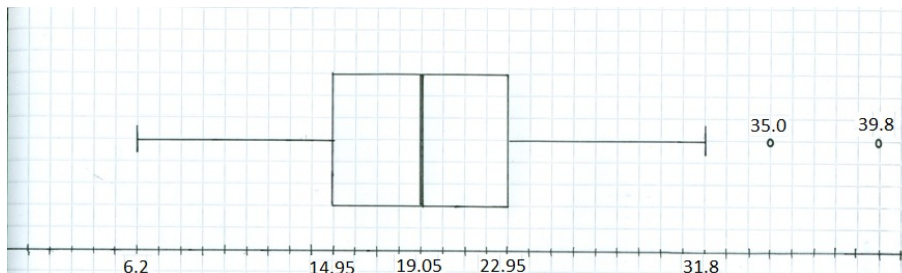
Los datos de la muestra que no pertenezcan al intervalo (LI, LS) se denominan outliers. Entonces, primero calculamos este intervalo: $LI = Q1 - 1.5RI = 14.95 - 1.5(8) = 2.95$ y $LS = Q3 + 1.5RI = 22.95 + 1.5(8) = 34.95$. Por lo tanto los datos anómalos son: **35.0** y **39.8**.

(6 pts.)

- d) Representar en un boxplot, el resumen de los 5 números. ¿Qué puedes decir con respecto a la distribución de los datos?

Solución:

Al observar el boxplot podemos decir que la distribución de las mediciones de óxido de azufre es aproximadamente **simétrica**.



(6 pts.)

2. La biblioteca de la Universidad de Atacama tiene cinco ejemplares de un cierto texto en reserva. Dos ejemplares (1 y 2) son primeras ediciones, y los otros tres (3, 4 y 5) son segundas ediciones. Un estudiante examina estos libros en orden aleatorio, deteniéndose sólo cuando se selecciona una segunda edición. Supongamos que cada libro examinado **no es devuelto a la colección**.

- a) Determinar un espacio muestral para este experimento aleatorio.

Solución:

$$\Omega = \{3, 4, 5, (1, 3), (1, 4), (1, 5), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (1, 2, 3), (1, 2, 4), (1, 2, 5), (2, 1, 3), (2, 1, 4), (2, 1, 5)\}$$

(6 pts.)

- b) Denotar por A el evento **exactamente un libro debe ser revisado**. ¿Cuántos elementos tiene A ?

Solución:

El evento A tiene 3 elementos:

$$A = \{3, 4, 5\}$$

(6 pts.)

- c) Sea B el evento **el libro 5 es seleccionado**. ¿Cuántos elementos tiene B ?

Solución:

El evento B tiene 5 elementos:

$$B = \{5, (1, 5), (2, 5), (1, 2, 5), (2, 1, 5)\}$$

(6 pts.)

- d) Sea C el evento **el libro 1 no se examina**. ¿Cuántos elementos tiene C ?

Solución:

El evento C tiene 6 elementos:

$$C = \{3, 4, 5, (2, 3), (2, 4), (2, 5)\}$$

(6 pts.)

3. E_1 , E_2 y E_3 representan los eventos de nevadas excesivas en el primer, segundo y tercer invierno, respectivamente, a partir de este otoño. El registro estadístico de nevadas indica que durante cualquier invierno, la probabilidad de nevadas excesivas es 0.10. Sin embargo, si es que una nevada excesiva ocurrió en el invierno anterior, la probabilidad de nevadas excesivas en el invierno siguiente crece a 0.40, mientras que, si en los dos inviernos anteriores se presentan nevadas excesivas, la probabilidad de nevadas excesivas para el siguiente invierno sería 0.20.

a) Según la información dada, calcular:

$$P(E_1), P(E_2), P(E_2|E_1), P(E_3|E_1 \cap E_2) \text{ y } P(E_3|E_2)$$

Solución:

$$\begin{aligned} P(E_1) &= P(E_2) = 0.10 \\ P(E_2|E_1) &= P(E_3|E_2) = 0.40 \\ P(E_3|E_1 \cap E_2) &= 0.20 \end{aligned}$$

(6 pts.)

- b) ¿Cuál es la probabilidad de que nevadas excesivas ocurran por lo menos en uno de los dos próximos inviernos?.

Solución:

$$\begin{aligned} P(E_1 \cup E_2) &= P(E_1) + P(E_2) - P(E_1 \cap E_2) \\ &= P(E_1) + P(E_2) - P(E_1)P(E_2|E_1) \\ &= 0.10 + 0.10 - 0.10(0.40) = 0.16 \end{aligned}$$

(6 pts.)

- c) ¿Cuál es la probabilidad de que las nevadas excesivas ocurran en cada uno de los tres inviernos siguientes?

Solución:

$$\begin{aligned} P(E_1 \cap E_2 \cap E_3) &= P(E_1)P(E_2|E_1)P(E_3|E_1 \cap E_2) \\ &= (0.10)(0.40)(0.20) = 0.008 \end{aligned}$$

(6 pts.)

- d) Si en el primer invierno no se experimentaron grandes nevadas, ¿Cuál es la probabilidad que en el invierno siguiente no sufra de estas nevadas?

Solución:

$$\begin{aligned} P(E'_2|E'_1) &= \frac{P(E'_2 \cap E'_1)}{P(E'_1)} = \frac{P((E_2 \cup E_1)')}{1 - P(E_1)} \\ &= \frac{1 - P(E_2 \cup E_1)}{1 - P(E_1)} \\ &= \frac{1 - 0.16}{1 - 0.10} = \frac{0.84}{0.90} = 0.93 \end{aligned}$$

(6 pts.)

4. Una fábrica de ladrillos suministra estos a buen precio pero el 10 % de ellos son defectuosos. Con objeto de mejorar la calidad del producto se someten los ladrillos a un test no destructivo antes de su venta. Este test da como buenos el 99 % de los que son buenos y da por malos el 98 % de los que son malos.

Antes de calcular hay que definir los eventos:

$$\begin{aligned} D &= \text{el artículo es defectuoso.} \\ + &= \text{el test da positivo (bueno).} \end{aligned}$$

Del enunciado se tiene:

$$\begin{aligned} P(D) &= 0.10 \\ P(+|D') &= 0.99 \\ P(+'|D) &= 0.98 \end{aligned}$$

- a) Calcular la probabilidad de que un ladrillo en mal estado supere el proceso de control de calidad.

Solución:

Inmediata del enunciado. Es decir $P(+|D) = 1 - P(+'|D) = 1 - 0.98 = 0.02$

(6 pts.)

- b) Calcular la probabilidad de aceptar como bueno un ladrillo cualquiera.

Solución:

$$\begin{aligned} P(+) &= P(+ \cap D) + P(+ \cap D') \\ &= P(D)P(+|D) + P(D')P(+|D') \\ &= 0.10(0.02) + 0.90(0.99) = 0.893 \end{aligned}$$

(6 pts.)

- c) Calcular la probabilidad de que un ladrillo, que ha sido aceptado, esté en malas condiciones

Solución:

$$\begin{aligned} P(D|+) &= \frac{P(D \cap +)}{P(+)} = \frac{P(D)P(+|D)}{P(+)} \\ &= \frac{0.10(0.02)}{0.893} = \frac{0.002}{0.893} = 0.0022 \end{aligned}$$

(6 pts.)

- d) Si el costo estimado por cada ladrillo fabricado en malas condiciones es C dólares. Calcular el precio máximo que debe pagarse por el test no destructivo para que este sea rentable.

Solución:

Primero, hay que calcular la proporción de artículos que siendo defectuosos, son detectados como tal (malos) y luego multiplicar por el costo de fabricación, es decir $P(+'|D)C$ dólares. Por lo tanto el costo máximo que debe pagarse por el test no destructivo será de $0.98C$ dólares.

(6 pts.)